

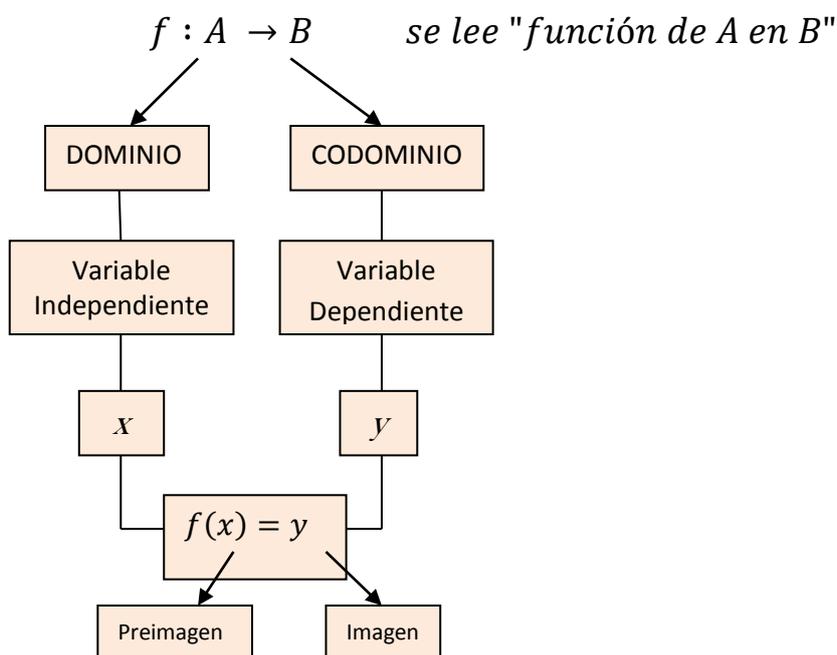


Definición

Una relación entre dos variables es **función** si a cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.

1

En símbolos, se denota así:



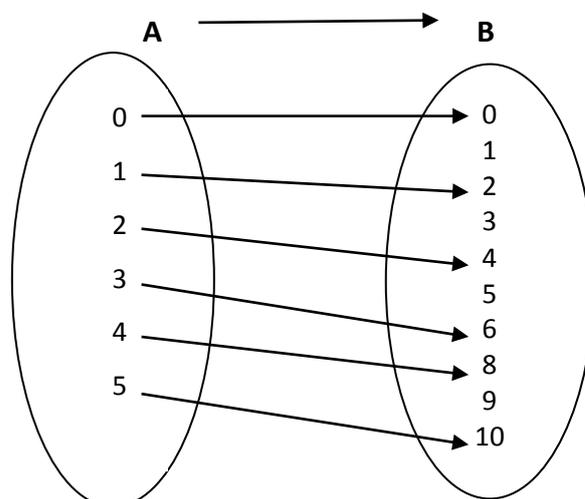
Condiciones que requiere una relación para ser función

- Existencia: Todos los elementos del dominio deben estar relacionados.
- Unicidad: Cada elemento del dominio debe poseer una única imagen.

Para definir cada uno de los conceptos generales que intervienen en una función, utilizaremos otro ejemplo y otra forma de representar funciones: Diagramas de Venn. También, una función puede representarse por un gráfico, una tabla o una fórmula.

Sea la función $f: A \rightarrow B / f(x) = 2x$

¿Qué tipo de función es?



Elementos de análisis

- **Dominio**: El dominio de una función (o conjunto de partida) es el conjunto de todos los valores x que puede tomar la variable independiente. Se simboliza ***Dom f***.

En el ejemplo: $Dom f = A = \{0,1,2,3,4,5\}$

- **Codominio**: El codominio es el conjunto de llegada, o sea el conjunto de todos los valores que **puede** tomar la variable dependiente y . Se simboliza ***Codom f***.

En el ejemplo: $Codom f = B = \{0,1,2,3,4,5,6,8,9,10\}$

- **Imagen**: es el conjunto de todos los valores que toma la variable y , obteniéndose al aplicar la función a los elementos del dominio. Se denota ***Im f***

En el ejemplo: $Im f = \{0,2,4,6,8,10\}$



¡Nota Importante!

$$Im f \subseteq Codom f$$

Esto se lee: la imagen de una función está incluida o puede ser igual al codominio de la función.

- Los **ceros o raíces** de una función son aquellos valores del **dominio** para los cuales la función se anula, es decir los x tales que $f(x) = 0$. Al conjunto de ceros se lo simboliza C^0 y los valores se enumeran entre llaves. En el gráfico, son los puntos de intersección de la curva con el eje de abscisas.
- El **conjunto de positividad** de una función está integrado por los valores del **dominio** para los cuales la función es positiva, o sea y es positiva. En otras palabras $f(x) > 0$. Se simboliza C^+ y se indican con intervalos abiertos, o sea que se utilizan paréntesis. En el gráfico, este conjunto indica la región del eje x donde la curva está por encima del mismo.
- El **conjunto de negatividad** de una función está integrado por los valores del **dominio** para los cuales la función es negativa, o sea y es negativa. En otras palabras $f(x) < 0$. Se simboliza C^- y se indican con intervalos abiertos, o sea con paréntesis. En el gráfico, este conjunto indica la región del eje x donde la curva está por debajo del mismo.
- El **Intervalo de crecimiento** de una función está integrado por los valores del **dominio**, para los cuales ambas variables crecen. Es decir, dados dos valores x_1, x_2 se verifica que:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

- El **Intervalo de decrecimiento** de una función está integrado por los valores del **dominio**, para los cuales ambas variables decrecen. Es decir, dados dos valores x_1, x_2 se verifica que:

$$x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

➤ La **ordenada al origen**: es el valor de la imagen que le corresponde a $x = 0$. Se simboliza

$$f(0) = y$$

Conclusiones de la definición de función

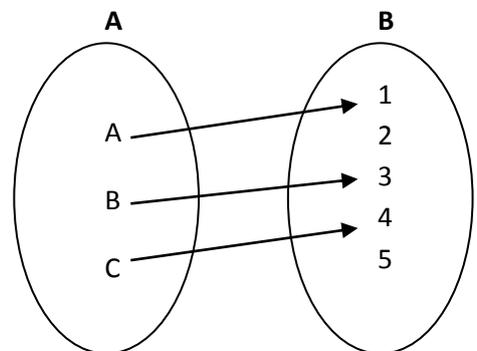
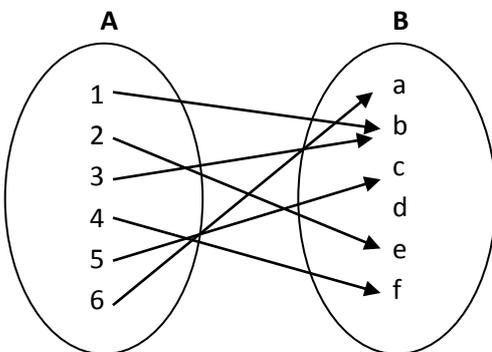
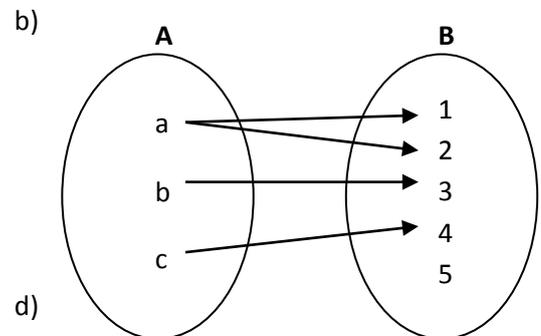
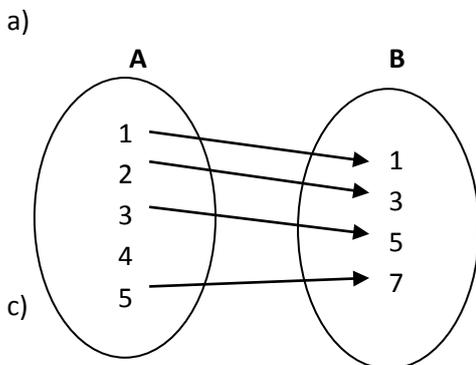
- ✓ Todos los elementos del dominio deben estar relacionados.
- ✓ En el codominio pueden existir elementos sin relacionar.
- ✓ A veces el conjunto codominio y el conjunto imagen son iguales, y otras veces no.
- ✓ Dos elementos distintos del dominio pueden tener la misma imagen.

3

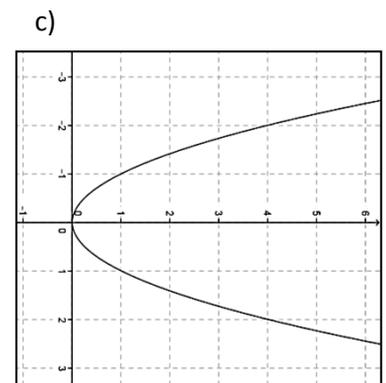
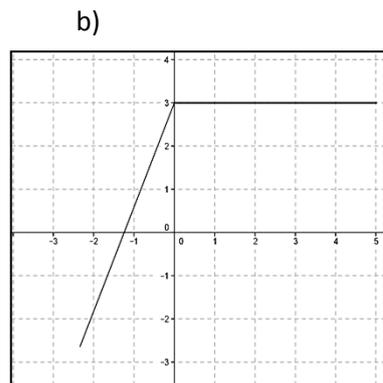
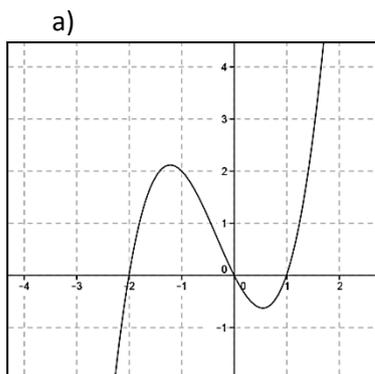
TRABAJO PRÁCTICO Nº 1

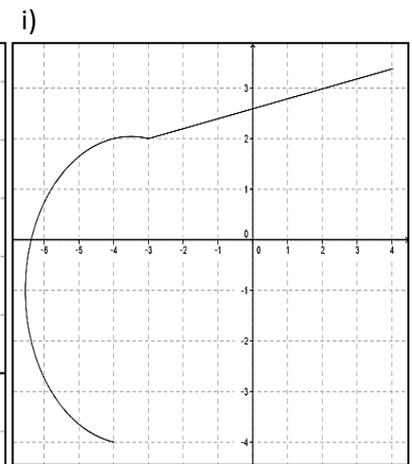
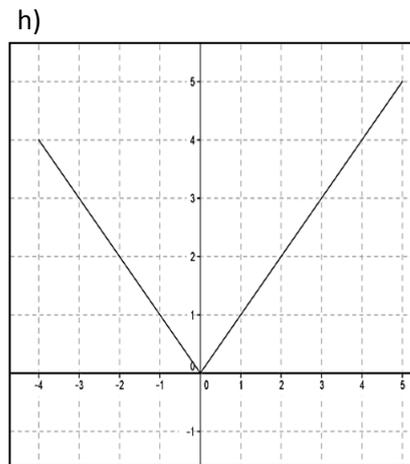
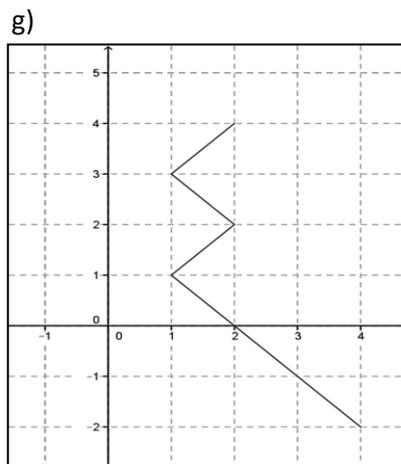
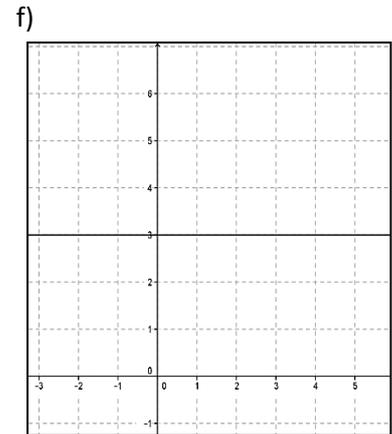
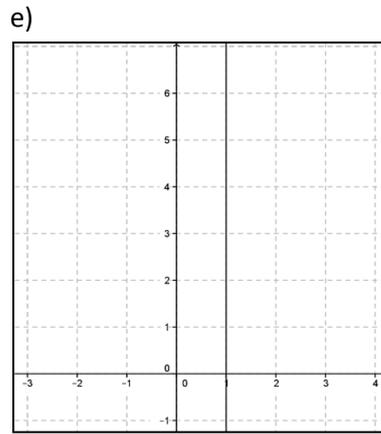
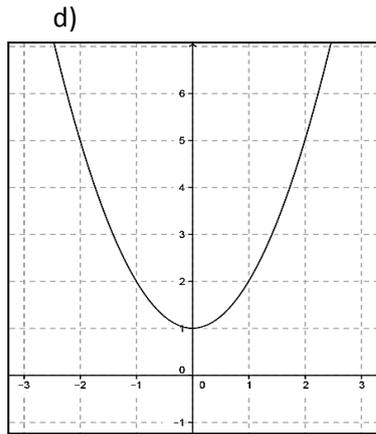
FUNCIONES. DEFINICIÓN

1) Indica cuáles de las siguientes relaciones $\mathbb{R} : A \rightarrow B$ son funciones y justificar.



2) Analizar cuáles de las siguientes gráficas corresponden a funciones de $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$





3) Indicar dominio e imagen de las funciones correspondientes al ejercicio 2.

4) Redefinir el dominio y/o codominio de los ítems **c)**, **g)** e **i)** del ejercicio 2, para que pasen a ser funciones.

5) Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 2x - 4$,

a) Hallar las imágenes de: -2 ; $6,6$; $\frac{1}{4}$; 3^{-1} ; y 0

b) Hallar las preimágenes de: -5 ; $0,8$; 0 ; 15 ; y $\frac{3}{2}$

6) Sea la función $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = x^2$,

a) ¿Cuál es la imagen de 3 ? ¿Y de -4 ?

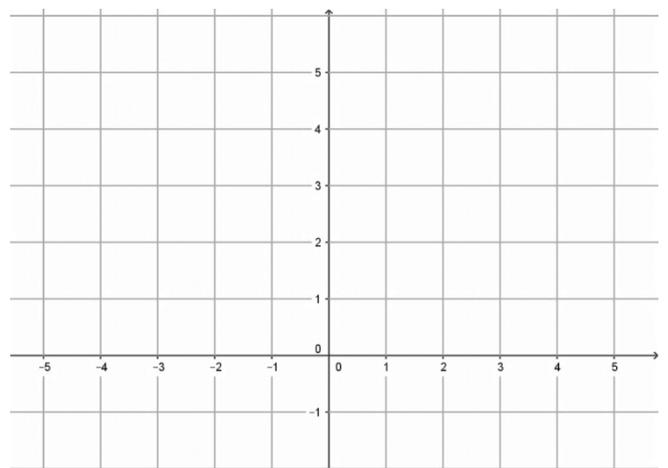
b) ¿Qué preimagen tiene 16 ? ¿Y 9 ? ¿Cuál es la preimagen de 0 ?

c) ¿Existe la preimagen de 12 ? ¿Por qué?

FUNCIÓN MÓDULO. DESPLAZAMIENTOS

Completar la tabla y graficar la función $f(x) = |x|$

x	y = x
0	
1	
2	
3	
-1	
-2	
-3	



a) ¿Habrá algún valor de x que tenga imagen $y = -5$? ¿Por qué?

b) Realizar el análisis completo de la función.

$Dom f(x) = \dots\dots\dots Im f(x) = \dots\dots\dots$
 $C^0 = \dots\dots\dots C^+ = \dots\dots\dots$
 $C^- = \dots\dots\dots f(0) = \dots\dots\dots$
 $I \uparrow = \dots\dots\dots I \downarrow = \dots\dots\dots$

1) Utilizando una aplicación o graficando manualmente, representar en un mismo eje cartesiano las siguientes funciones y analizarlas completamente:

$$f_1(x) = |x| + 2 \quad f_2(x) = |x| - 3$$

Comparar los gráficos anteriores con la función del ejercicio 1) y extraer conclusiones.

5

2) Representar en un mismo eje cartesiano las siguientes funciones y realizar el análisis:

$$f_3(x) = |x + 2| \quad f_4(x) = |x - 3| \quad f_5(x) = -|x - 3|$$

Comparar los gráficos con lo realizado en 1) y 2) y extraer conclusiones.

REGISTRAMOS LAS CONCLUSIONES

En una función del tipo $f(x) = |x + a| + b$, podemos afirmar que el parámetro a indica el desplazamiento..... y el valor de b , el desplazamiento.....

Si $a > 0$

Si $a < 0$

Si $b > 0$

Si $b < 0$

Si $a = 0$ y $b = 0$

¿Cuál de los dos valores me indica si la función tiene raíz, en cada caso?

¿Qué valor debe tomar dicho parámetro para que la función:

- a. No tenga raíz?
- b. Tenga una sola raíz?
- c. Posea dos raíces?

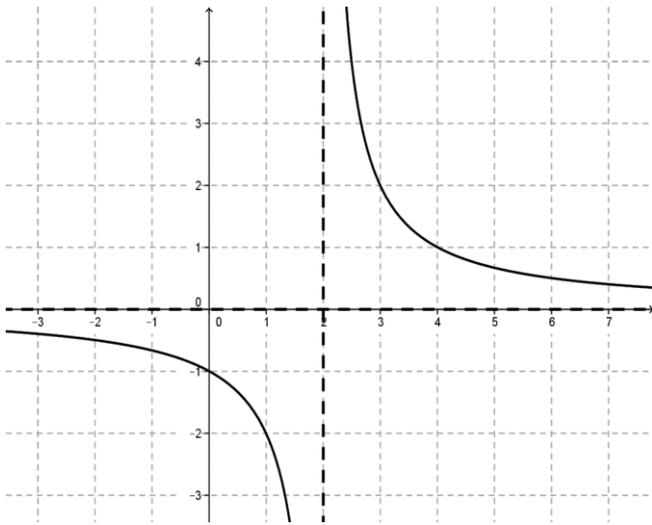
Función Racional

La fórmula de estas funciones es una expresión racional, o sea una fracción. En esta oportunidad, se verán funciones de este tipo: $f(x) = \frac{a}{P(x)}$ donde $a \in \mathbb{R} - \{0\}$;

$P(x)$ es una expresión algebraica de una variable, y $P(x)$ no nulo.

Como la división por cero no está definida, **el dominio de una función racional es el conjunto de todos los valores de la variable que no anulan el denominador.**

6



Ejemplo 1) $f(x) = \frac{2}{x-2}$ Dom $f = \dots\dots\dots$

Observar que si la variable x tomara el valor 2, el denominador valdría cero. Y esa situación no puede suceder.

Por lo tanto, ese valor, no pertenece al dominio. Por $x = 2$, pasa una recta imaginaria llamada **Asíntota Vertical (A.V.)** Esto quiere decir que la curva nunca va a atravesar esa recta.

Además, la función, nunca va a valer cero, para todo x , que pertenezca al dominio, que se quiera tomar. En consecuencia, por $y = 0$, pasa una recta imaginaria llamada **Asíntota Horizontal (A.H.)**

Como consecuencia de la asíntota horizontal, también se restringe la imagen de la función, que se expresa:

$$Im f = \mathbb{R} - \{0\}$$

Además, como se observa en el gráfico, el conjunto de ceros es vacío; ya que debido a su asíntota horizontal, la curva no interseca el eje de abscisas. Esta situación, se denota así:.....

Función Irracional

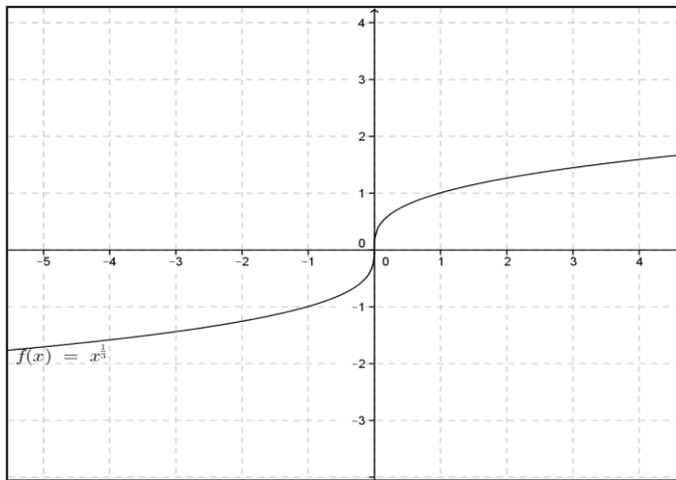
Se dice que una función es irracional cuando la variable independiente está afectada por la operación de radicación. Es decir, estas funciones tienen esta forma:

$$f(x) = \sqrt[n]{P(x)},$$

donde $P(x)$ es una expresión algebraica y el índice n puede ser par o impar.

❖ Si el índice es impar

x	$f(x) = \sqrt[3]{x}$
-2	
-1	
0	
1	
$\frac{1}{2}$	
2	

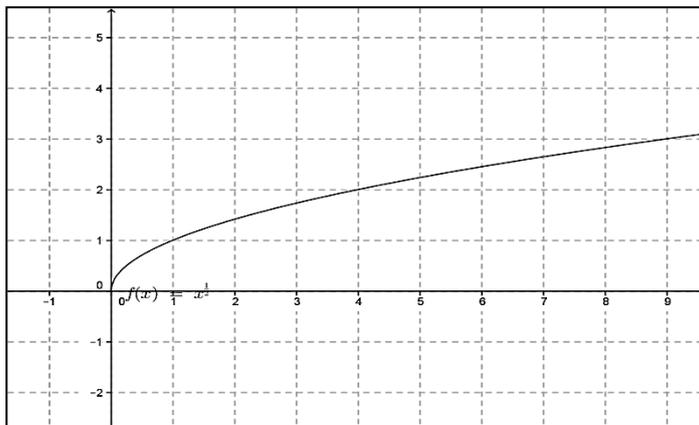


Si n es impar Dom $f = \dots\dots\dots$

En la tabla de valores, puede observarse que la variable x puede tomar cualquier valor real pues las raíces de índice impar pueden calcularse siempre.

❖ Si el índice es par

x	$f(x) = \sqrt[2]{x}$
0	
1	
$\frac{1}{2}$	
2	
4	
-4	



Si n es par $Dom f = \dots\dots\dots$

Cuando el índice es par, estamos condicionados a que el radicando sea mayor o igual a cero, porque no tiene solución en el campo de los números reales, las raíces de índice par y radicando negativo. Por lo tanto, el dominio de estas funciones será un intervalo real, que deberá calcularse, utilizando la condición mencionada.

En este caso particular: $x \geq 0 \Rightarrow Dom f = \dots\dots\dots$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 2

FUNCIÓN MÓDULO, RACIONAL E IRRACIONAL

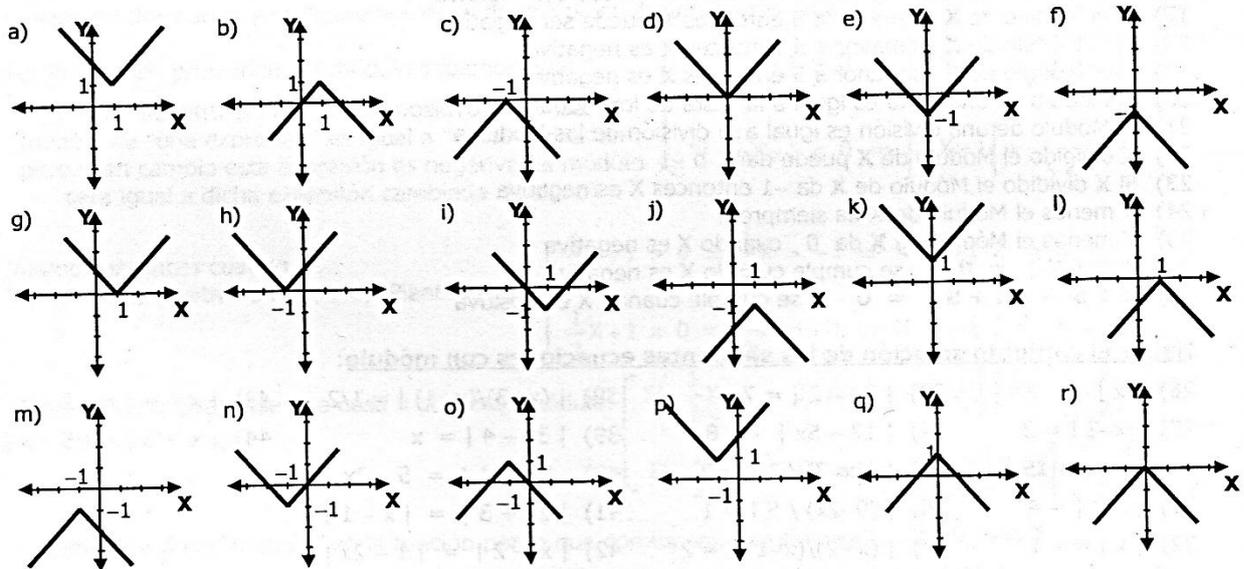
- 1) Escribir las fórmulas de dos funciones cuyos gráficos son iguales a $f(x) = |x|$, pero uno desplazado 6 unidades hacia arriba y el otro, 4 unidades hacia abajo.
- 2) Escribir las fórmulas de dos funciones cuyos gráficos son iguales a $f(x) = |x|$, pero uno desplazado 5 unidades hacia la derecha y el otro, 7 unidades a la izquierda.
- 3) Escribir la fórmula de una función cuyo gráfico sea igual a $f(x) = |x|$, pero 3 unidades desplazada a la izquierda y 4 unidades hacia abajo.
- 4) Completar el cuadro con el análisis correspondiente. Si es necesario realizar un gráfico.

$f(x) =$	$ x + 5 - \frac{1}{2}$	$ x - \sqrt{2}$	$-\left \frac{3}{4} + x\right + 1$	$\sqrt{18} - x - 4 $	$\left \frac{x - 3}{2}\right $	$- -3 + x - 6$
$Im f =$						
$C^0 =$						
$C^+ =$						
$C^- =$						
$V =$						
$I \uparrow =$						
$I \downarrow =$						

5)

Identificar cada una de las siguientes funciones con módulo con sus gráficas correspondientes:

- 70) $f(x) = |x|$ 75) $f(x) = |x+1|-1$ 80) $f(x) = -|x+1|$ 84) $f(x) = -|x+1|-1$
 71) $f(x) = |x+1|$ 76) $f(x) = |x+1|+1$ 81) $f(x) = -|x-1|$ 85) $f(x) = -|x-1|-1$
 72) $f(x) = |x-1|$ 77) $f(x) = |x-1|+1$ 82) $f(x) = -|x|+1$ 86) $f(x) = -|x-1|+1$
 73) $f(x) = |x|+1$ 78) $f(x) = |x-1|-1$ 83) $f(x) = -|x|-1$ 87) $f(x) = -|x+1|+1$
 74) $f(x) = |x|-1$ 79) $f(x) = -|x|$



6) Completar el cuadro con el análisis correspondiente. Si es necesario realizar un gráfico.

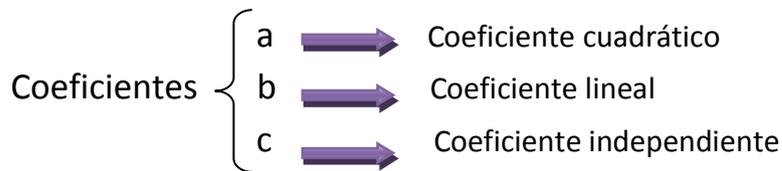
$f(x) =$	$\frac{12}{x}$	$\frac{-12}{x}$	$\frac{12}{x-3}$	$\frac{12}{x+3}$	$\frac{12}{x} + 3$	$\frac{-12}{x} - 3$
$Dom f =$						
$Im f =$						
$C^0 =$						
$C^+ =$						
$C^- =$						
$A.V. =$						
$A.H. =$						
$I \uparrow =$						
$I \downarrow =$						

7) Calcular el dominio de las funciones racionales:

- I) $f(x) = \frac{3}{x-4}$ II) $g(x) = \frac{1}{5x-5}$ III) $h(x) = \frac{9}{3x^2-21}$ IV) $k(x) = \frac{8}{2x-0,5}$

8) Sea la función $h : A \rightarrow B / h(x) = \sqrt{x}$,

- a) ¿Los reales negativos pertenecen al dominio de esta función? ¿Por qué?
 b) ¿Cuál es la imagen de $h(x)$?



Nota: Diferenciar el término del coeficiente. El coeficiente es el número con su signo que multiplica a la variable.

Una función cuadrática puede ser completa o incompleta.

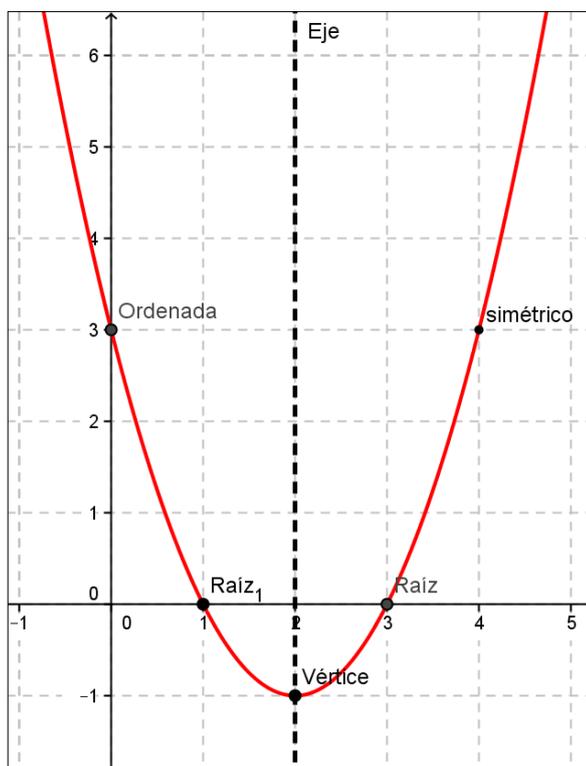
10

En símbolos	Ejemplos
Completa: $f(x) = ax^2 + bx + c$	
Incompletas: $f(x) = ax^2$ $b = 0$ y $c = 0$	
$f(x) = ax^2 + bx$ $c = 0$	
$f(x) = ax^2 + c$ $b = 0$	

El término cuadrático no puede faltar.

La representación gráfica de una función de segundo grado es una curva simétrica, llamada **PARÁBOLA**.

Elementos de la Parábola



Esta parábola representa a la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Las parábolas son curvas simétricas, respecto de una recta imaginaria perpendicular al eje x, llamada, **Eje de simetría**, que pasa por la abscisa del vértice.

El **vértice**, también es llamado extremo de la función. Si las ramas se orientan hacia arriba, el vértice es un **mínimo**; en cambio, si se orientan hacia abajo, se denomina **máximo** de la función.

La intersección de la curva con el eje de ordenadas (o sea el eje y) se denomina, **ordenada al origen** y siempre coincide con el coeficiente independiente, o sea, $f(0) = c$.

La intersección de la curva con el eje de abscisas (eje x) se denomina **raíz**. Puede ocurrir que la parábola tenga una, dos, o ninguna raíz.

Todo punto de la curva, con excepción del vértice, tiene un punto simétrico. Es decir, los puntos simétricos entre sí, se encuentran a igual distancia del eje de simetría. En el gráfico, está indicado el punto simétrico de la ordenada al origen, pero también puede observarse que las raíces son simétricas también.

Las funciones cuadráticas presentan un tramo en el que son **crecientes** y otro en el que **decrecen**. El valor del dominio, donde se produce el cambio entre el crecimiento y decrecimiento, es la **abscisa del vértice**.

En cambio, **las raíces**, si existen, determinan el pasaje del conjunto de **positividad** al de **negatividad** o viceversa.

El coeficiente cuadrático determina la **concavidad** de la parábola. Es decir:

- Si $a > 0$, las ramas van hacia....., o sea, es cóncava positiva (U +)
- Si $a < 0$, las ramas van hacia....., o sea, es cóncava negativa (∩ -)

Además:

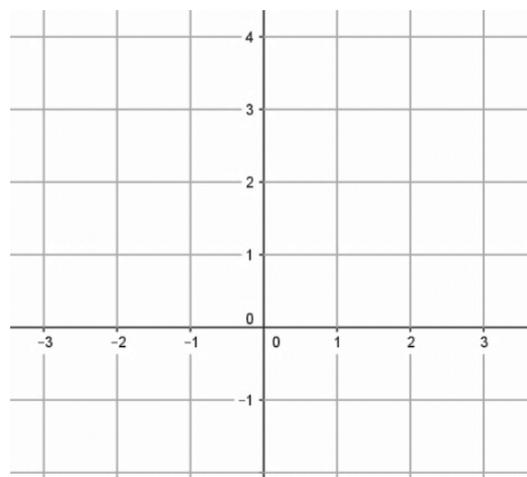
- Si $0 < a < 1$ las ramas se “abren”, es decir, tienden a acercarse al eje de abscisas.
- Si $a > 1$ las ramas se “cierran”, es decir, tienden a acercarse al eje de ordenadas.

11

DESPLAZAMIENTOS

Completar la tabla y graficar la función $f(x) = x^2$

x	y = x ²
0	
1	
2	
½	
-1	
-2	
-1/2	



Completar:

$Dom f(x) = \dots\dots\dots$ $Im f(x) = \dots\dots\dots$
 $C^0 = \dots\dots\dots$ $C^+ = \dots\dots\dots$
 $C^- = \dots\dots\dots$ $f(0) = \dots\dots\dots$
 $I \uparrow = \dots\dots\dots$ $I \downarrow = \dots\dots\dots$

Esta función es la que llamamos parábola matriz; en ella $a = 1, b = 0$ y $c = 0$

1) Utilizando una aplicación o manualmente graficar las siguientes funciones. Realizar el análisis completo. Compararlas con la parábola matriz y extraer conclusiones.

$$g_1(x) = x^2 - 3 \quad g_2(x) = x^2 + 2 \quad g_3(x) = -x^2 + 3 \quad g_4(x) = -2x^2 \quad g_5(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$$

2) Utilizando una aplicación o manualmente graficar las siguientes funciones. Realizar el análisis completo. Compararlas con la parábola matriz y extraer conclusiones.

$$h_1(x) = (x + 2)^2 \quad h_2(x) = (x - 3)^2 \quad h_3(x) = -(x - 1)^2$$

$$h_4(x) = -(x + 4)^2 + 2 \quad h_5(x) = (x + 2)^2 - 5$$

REGISTRAMOS LAS CONCLUSIONES

- En una función del tipo $f(x) = ax^2 + c$, podemos afirmar que el parámetro **c** indica el desplazamiento..... Este desplazamiento modifica las coordenadas del....., el valor de $f(0) =$; y la Imagen de la función.

Si $a > 0$ y $c > 0$ la función no tiene raíces reales.

Si $a > 0$ y $c < 0$ la función posee dos raíces reales opuestas.

Si $a < 0$ y $c > 0$

Si $a < 0$ y $c < 0$

- En una función del tipo $f(x) = (x - x_v)^2 + y_v$, podemos afirmar que el parámetro x_v indica el desplazamiento..... Este desplazamiento modifica las coordenadas del....., el valor de $f(0)$ =; la..... y el eje de simetría.

¿Qué ocurre con la imagen de la función?.....

12 Cuando $y_v = 0$

Si $x_v > 0$ la función se desplaza hacia.....sobre el eje de abscisas.

Si $x_v < 0$ la función se desplaza hacia.....sobre el eje de abscisas.

¿Qué ocurre cuando $y_v \neq 0$?

FUNCIONES DEL TIPO $f(x) = ax^2 + bx$; $c = 0$

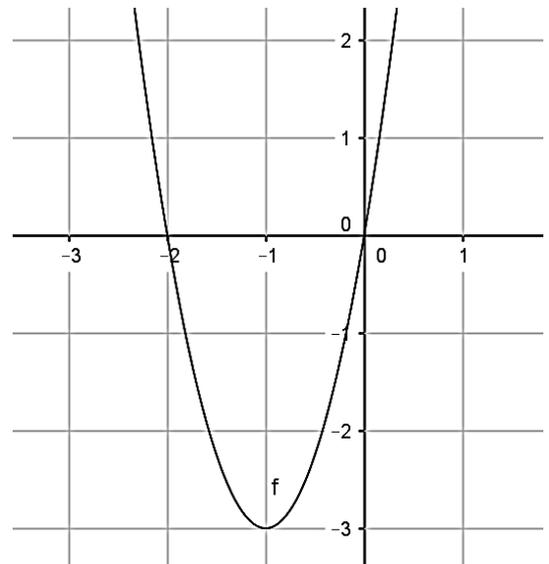
Ejemplo: $f(x) = 3x^2 + 6x$

Para calcular las raíces, no podemos hacer pasaje de términos. Entonces, utilizamos factor común.

$$3x^2 + 6x = 0$$

$x \cdot (3x + 6) = 0$ Si un producto es igual a cero, quiere decir que ambos factores pueden ser cero, entonces:

$$x_1 = 0 \quad \wedge \quad 3x + 6 = 0$$
$$x_2 = \frac{-6}{3} = -2$$



CONCLUSIÓN

- ✓ En las funciones cuadráticas de la forma $f(x) = ax^2 + bx$, **siempre** una raíz es igual a cero $x_1 = 0$ y la otra es $x_2 = -\frac{b}{a}$
- ✓ $f(0) = 0$ **siempre**.
- ✓ La abscisa del vértice es $x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-b}{2a}$, en el ejemplo $x_v = -1$
- ✓ La ordenada del vértice $y_v = f(x_v)$, en el ejemplo $f(-1) = 3(-1)^2 + 6(-1) = -3$

FUNCIONES DEL TIPO $f(x) = ax^2 + bx + c$

Construcción del gráfico de la función cuadrática completa. Para graficar una función aprovecharemos las características particulares de la parábola:

- **Vértice:** El vértice es un punto que pertenece a la parábola, como tal, posee dos coordenadas $(x_v; y_v)$, siendo x_v : la abscisa del vértice e y_v : la ordenada del vértice

- Para hallar la abscisa del vértice, utilizamos la fórmula: $x_v = \frac{-b}{2a}$

- Para hallar la ordenada del vértice, utilizamos una de estas dos fórmulas:

$$y_v = f(x_v) \quad \text{o} \quad y_v = -\frac{b^2}{4a} + c$$

- **Ecuación del eje de simetría:** El eje de simetría es una recta, por lo tanto se expresa a través de una ecuación, y como ya se dijo, atraviesa la parábola por la abscisa del vértice, en consecuencia, la ecuación del eje de simetría coincide con esta abscisa.

$$x = x_v$$

- **Ordenada al origen:** siempre es el punto $(0; c)$. En el caso que se trate de una fórmula incompleta, $c = 0$

- **Raíces o Ceros:** Las raíces de una función se obtienen igualando a cero la función, de esta manera se transforma en una ecuación, pero, como no puede aplicarse el pasaje de términos, es necesario aplicar una fórmula que se llama **resolvente** y en ella intervienen únicamente los coeficientes **a, b y c**

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo:

$$f(x) = -2x^2 + 5x - 2$$

$$-2x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$a = -2 \quad b = 5 \quad c = -2$$

$$x_{1;2} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-2)}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{-4} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{-4} = \frac{-5 \pm 3}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 3}{-4} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-5 - 3}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = \frac{-8}{-4} = 2$$

Dos raíces reales distintas

ECUACIONES CUADRÁTICAS

Las ecuaciones, se trabajan algebraicamente, hasta que se llega a la expresión más reducida e igualada a cero. Luego se resuelven de la misma manera que se calculan los ceros en la función; según sean completas o incompletas.

TRABAJO PRÁCTICO N° 3

FUNCIÓN CUADRÁTICA

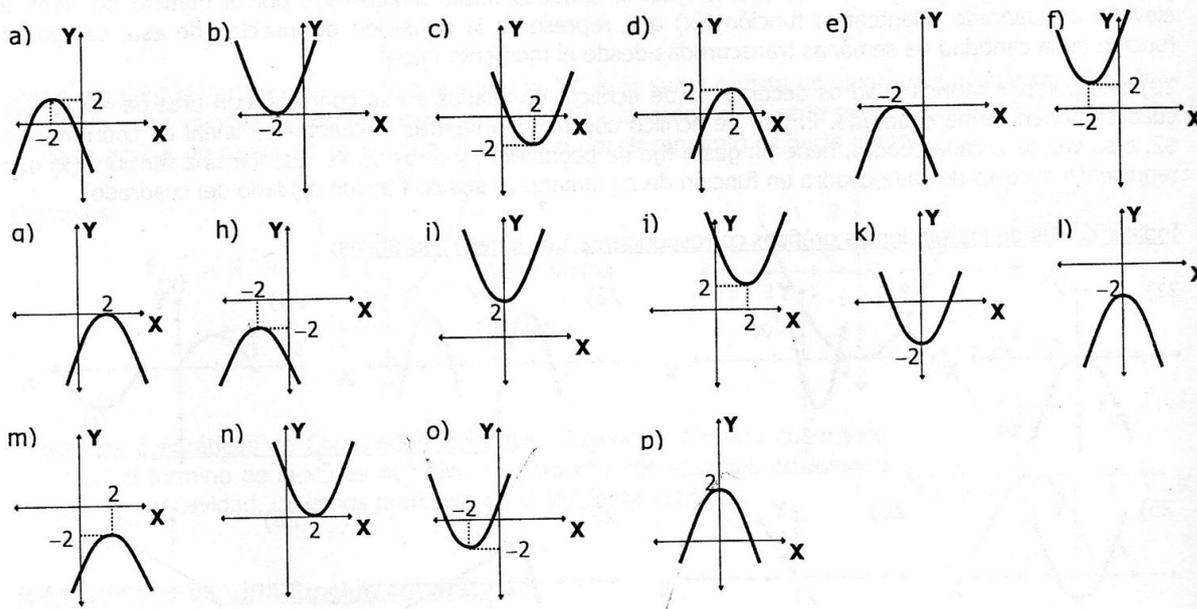
- 1) Hallar la fórmula de la función cuyo gráfico es como el de $f(x) = x^2$, pero:
 - a) Trasladado 3 unidades hacia la izquierda y 2 unidades hacia arriba.
 - b) Trasladado 3 unidades hacia abajo.
 - c) Trasladado 2 unidades hacia la derecha y 4 unidades hacia abajo.
 - d) Invertido y desplazado 1 unidad hacia la izquierda.
 - e) Invertido y desplazado 3 unidades hacia abajo y 5 a la derecha.

2) Determinar una función cuadrática para cada ítem, teniendo en cuenta las siguientes características:

- a) El vértice sea un máximo, el eje de simetría sea $x = 0$ y la ordenada al origen es $y = 5$
- b) El vértice sea un mínimo y el eje de simetría sea $x = 2$

3) **Identificar cada una de las siguientes funciones cuadráticas con el gráfico que le corresponde:**

- | | | | |
|----------------------|--------------------------|-----------------------|---------------------------|
| 47) $f(x) = x^2 + 2$ | 51) $f(x) = (x+2)^2 + 2$ | 55) $f(x) = -x^2 + 2$ | 59) $f(x) = -(x+2)^2 + 2$ |
| 48) $f(x) = x^2 - 2$ | 52) $f(x) = (x+2)^2 - 2$ | 56) $f(x) = -x^2 - 2$ | 60) $f(x) = -(x+2)^2 - 2$ |
| 49) $f(x) = (x+2)^2$ | 53) $f(x) = (x-2)^2 + 2$ | 57) $f(x) = -(x+2)^2$ | 61) $f(x) = -(x-2)^2 + 2$ |
| 50) $f(x) = (x-2)^2$ | 54) $f(x) = (x-2)^2 - 2$ | 58) $f(x) = -(x-2)^2$ | 62) $f(x) = -(x-2)^2 - 2$ |



4) Completar el cuadro

Función	Coordenadas del vértice (Máx. o Mín.)	Ecuación del eje de simetría	$f(0) =$	Imagen f	Conjunto de ceros
$y = 2x^2$					
$y = -3x^2$					
$y = x^2 - 1$					
$y = -2x^2 + 3$					
$y = (x - 2)^2 + 4$					
$y = (x + 3)^2 + 2$					
$y = -(x - 1)^2 - 4$					
$y = -2(x + 1)^2 - 3$					

5) Completar las siguientes proposiciones respecto de la gráfica de $f(x) = ax^2 + bx + c$; escribiendo las condiciones sobre los coeficientes a , b y c .

- a) El vértice es un mínimo, entonces.....
- b) El eje de simetría es $x = 0$; luego.....
- c) Interseca al eje "y" en 3, luego.....
- d) El vértice es el punto (0,0); luego.....
- e) Corta al eje "x" en dos puntos, luego.....
- f) No tiene su vértice sobre el eje "y"; luego.....

6) Graficar y analizar completamente las siguientes funciones:

- a) $f(x) = -x^2 + 12x - 36$ d) $f(x) = -x^2 + 3x$ g) $f(x) = 2x^2 + 4x - \frac{5}{2}$ j) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2$
- b) $f(x) = 5x^2 - 10x + 1$ e) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$ h) $f(x) = x^2 - 4x + 4$ k) $f(x) = x^2 - 5x + 8$
- c) $f(x) = 4x^2 - 1$ f) $f(x) = x^2 + x + 1$ i) $f(x) = -x^2 + 4x$ l) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

7) Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = 3x^2 + 1$

a) Calcular $f(-3)$, $f(\sqrt{6})$ y $f(4^{-1})$

b) Indicar, de ser posible, los valores de x para los cuales se verifique: $f(x) = 0$, $f(x) = 48$,
 $f(x) = -2$ y $f(x) = f(2)$

8) Encuentra analíticamente:

- a) El valor de b para que la función $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + bx - 4$ pase por el punto $Q = (3; 5)$
- b) Los valores de b y c para los cuales los puntos $(1; 0)$ y $(-1; 6)$ pertenezcan a la gráfica de $f(x) = x^2 - bx + c$
- c) El valor de b para que la parábola $y = x^2 + bx + 3$ tenga el vértice en el punto $(2; -1)$
- d) Determinar el valor de a para que la función $y = ax^2 + 2x - 3$ tenga la abscisa del vértice igual a 2.

9) Un grupo de biólogos estudia las características de un lago artificial en el cual introdujeron un conjunto de peces para analizar su evolución. En un principio, la colonia crece reproduciéndose normalmente, pero al cabo de unos meses algunos peces mueren, a causa del hacinamiento. Los registros indican que el conjunto de peces evoluciona según la ley $n(x) = 240 + 10x - 0,1x^2$, donde x representa los días que han transcurrido y n la cantidad de peces. Con esta proyección pronto se extinguirán.

Sobre la base de la función dada por ese científico, responder:

- a) ¿Cuántos peces introdujeron en el lago?
- b) ¿Durante cuánto tiempo la cantidad de peces fue aumentando?
- c) ¿Cuál fue la cantidad máxima de peces que hubo en el lago? ¿En qué momento se produjo tal situación?
- d) ¿Luego de cuánto tiempo se extinguiría la población?

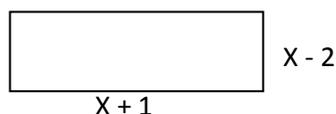
10) El cuadrado de un número entero es igual al siguiente multiplicado por -4. ¿Cuál es el número?

11) La suma de los cuadrados de tres números enteros consecutivos es 50. ¿Cuáles son dichos números?

12) El quíntuplo de un número es igual a la mitad de su cuadrado, aumentado en 12 unidades. ¿Cuáles son los números que cumplen esa condición?

13) ¿Por qué número natural hay que dividir al número 156 para que el cociente, el resto y el divisor coincidan?

14) El área del rectángulo de la figura es 18 cm. Calcula su perímetro

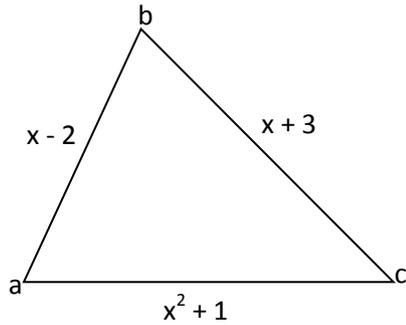


15) Hallar la base y la altura de un rectángulo sabiendo que su diagonal es de 50 cm y que la base es 10 cm más larga que la altura.

16) Calcular el lado de un rombo, si su superficie es de 96 cm^2 y que la razón entre sus diagonales es $\frac{3}{4}$.

17) Por ahora yo tengo el doble de tu edad. Pero cuando tú tengas mi edad, la suma de los cuadrados de nuestras edades será 26 veces la suma de las mismas. ¿Cuál es la edad de cada uno?

18) El perímetro del triángulo de la figura es 50 cm. Calcular la longitud de cada lado.



16

19) Se lanza un proyectil que describe una trayectoria parabólica de ecuación $y = x - \frac{x^2}{400}$

- ¿A qué distancia del punto de salida impacta el proyectil?
- Determinar las coordenadas de la máxima altura alcanzada por él.

20) En una isla se introducen una determinada cantidad de abejas el 01/03. La siguiente función permite calcular la cantidad de abejas a medida que transcurren los días, luego de esa fecha.

$$C(x) = -5(x + 20)(x - 80)$$

- ¿qué día la población de abejas es mayor?
- ¿cuál es la mayor cantidad de abejas que llega a habitar la isla?
- ¿cuántas abejas habrá en la isla el 5 de abril?
- ¿cuándo se extinguen las abejas?
- ¿cuántas abejas se introdujeron el 01/03?

21) La velocidad (V) de un misil (medida en metros por segundo) en función del tiempo (t), está dada por la función $V(t) = 54t - 2t^2 + 10$

- ¿cuál es la velocidad máxima que alcanza el misil?
- ¿en qué momento alcanza dicha velocidad?
- ¿luego de cuánto tiempo se detiene el misil?
- ¿En qué momento la velocidad será de 350 m/s? ¿y de 400 m/s?

22) Resolver las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+3}{3} = \frac{4}{4-x}$

b) $(x+6)(x-6) = 133$

c) $3(x^2-1) - 2(x^2+2) = 18$

d) $\frac{10x^2-2x}{3x+1} = 3x-1$

e) $2x^2+2=0$

f) $2x^2=12x$

g) $18x(0,25x-5)=0$

h) $5(1-x)^2 = -10(x+1)$

i) $(x-2)^2 + (x-3)^2 = 181$

j) $\frac{2(x^2-3)}{4} - \frac{x^2+3}{2} = x + \frac{x^2}{2}$

k) $\sqrt{16x - \frac{2}{x}} = 2$

l) $(x-1)^2 + (x-2)^2 + 12x - 3x^2 = -11$

m) $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{12}$

n) $\frac{5x+1}{3x+2} = \frac{7}{x+4}$

o) $(4x+2)(x+1) = (2x+3)x + 2(x+1)$

q) $\frac{2(x-3)}{x} = \frac{5x-2}{x+2}$

r) $\frac{3x^2}{2} - \frac{2x}{3} = \frac{x}{6} + \frac{5}{4}x^2$

s) $\frac{(x+1)(3x+4) - 2x^2}{4x} = -\frac{4}{3}$